



۱ در تابع $f(x) = \begin{cases} x & x < -1 \\ x^2 & -1 \leq x \leq 2 \\ 5 & x > 2 \end{cases}$ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$f(2)$$

$$f(3) + f(-1)$$

$$f(-\sqrt{2}) + f(\sqrt{3})$$

$$f(\sqrt{2}) + f(5)$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

پاسخ: ۱

$$f(3) + f(-1) = 5 + (-1)^2 = 6$$

$$f(-\sqrt{2}) + f(\sqrt{3}) = -\sqrt{2} + (\sqrt{3})^2 = -\sqrt{2} + 3$$

$$f(\sqrt{2}) + f(5) = (\sqrt{2})^2 + 5 = 2 + 5 = 7$$

۲ اگر f یک تابع ثابت با دامنه‌ی دو عضوی و $n \in \mathbb{N}$ و m باشد، مقدار $m + t$ را به دست آورید.

$$f = \{(-1, n^2 - 2n), (m - 4, 3), (m + n, t)\}$$

$$t = 3$$

پاسخ: ۱

$$f = \{(-1, n^2 - 2n), (m - 4, 3), (m + n, t)\} \Rightarrow n^2 - 2n = 3 \Rightarrow n^2 - 2n - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (n - 3)(n + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \text{ ق ق} \\ n = -1 \text{ غ ق چون } n \text{ متعلق به اعداد طبیعی است} \end{cases}$$

$$f = \{(-1, 3), (m - 4, 3), (m + 3, 3)\}$$

$$\text{چون دامنه دو عضوی است پس دو زوج مرتب با هم برابرند} \Rightarrow \begin{cases} m + 3 = -1 \Rightarrow m = -4 \text{ ق ق} \\ m - 4 = -1 \Rightarrow m = 3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m + t = 3 + 3 = 6$$

۳ در هریک از زوج مرتب‌های زیر $n \in \mathbb{N}$ را به گونه‌ای تعیین کنید که زوج مرتب داده شده روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم باشد.

$$(2, n^2 - 3n + 4)$$

$$(-1, n^2 - 4n + 2)$$

$y = x \Rightarrow$ چون نیمساز اول و سوم مولفه‌های اول و دوم برابرند.

پاسخ: ۱

$$\text{الف) } (2, n^2 - 3n + 4) \Rightarrow n^2 - 3n + 4 = 2 \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow (n - 2)(n - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n - 2 = 0 \Rightarrow n = 2 \\ n - 1 = 0 \Rightarrow n = 1 \end{cases}$$

$$\text{ب) } (-1, n^2 - 4n + 2) \Rightarrow n^2 - 4n + 2 = -1 \Rightarrow n^2 - 4n + 3 = 0 \Rightarrow (n - 3)(n - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n - 3 = 0 \Rightarrow n = 3 \\ n - 1 = 0 \Rightarrow n = 1 \end{cases}$$

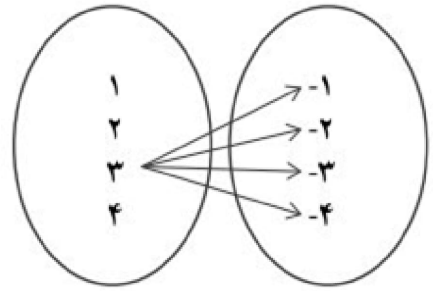
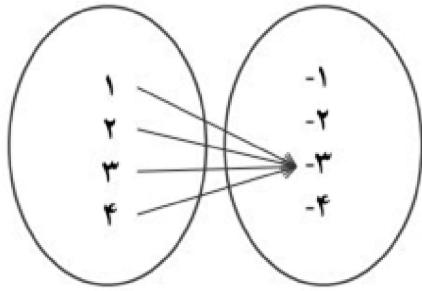
۴ اگر $A = \{(a, 1), (b, 2), (c, 5)\}$ یک تابع همانی باشد، میانگین a و b و c را به دست آورید.

$$a = 1 \quad b = 2 \quad c = 5$$

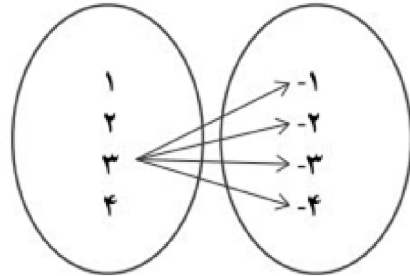
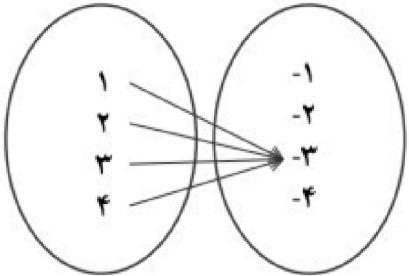
پاسخ: ۱

$$\text{میانگین} = \frac{1 + 2 + 5}{3} = \frac{8}{3}$$

۵ کدامیک از نمایش‌های پیکانی زیر یک تابع ثابت را معرفی می‌کند؟



تابع ثابت است



۱ پاسخ:

۶ به کمک تعریف تابع جزء صحیح و با استفاده از محور زیر حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.



$[4/2] =$ $[-4/2] =$ $[3/99] =$
 $[-1/2] =$ $[-2] =$ $[\pi] =$



۱ پاسخ:

$[4/2] = 2$ $[-4/2] = -2$ $[3/99] = 0$
 $[-1/2] = -1$ $[-2] = -2$ $[\pi] = 3$

۷ جای خالی را با عبارت و یا عدد مناسب پر کنید.

مقدار تابع $f(x) = [x + 1]$ به ازای $x = \sqrt{2}$ باشد.

۲ $(0/25)$

۱ پاسخ:

۸ نمودار تابع $y = [x] + 2$ را در بازه‌ی $(-1, 2)$ رسم کنید.

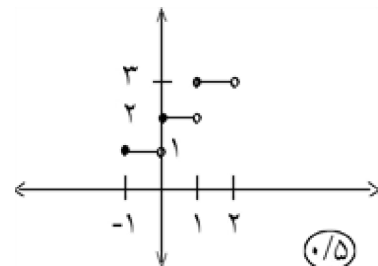
۱ پاسخ:

$-1 \leq x \leq 0 \Rightarrow y = 1$ $(0/25)$

$0 \leq x \leq 1 \Rightarrow y = 2$ $(0/25)$

$1 \leq x < 2 \Rightarrow y = 3$ $(0/25)$

۱ پاسخ:

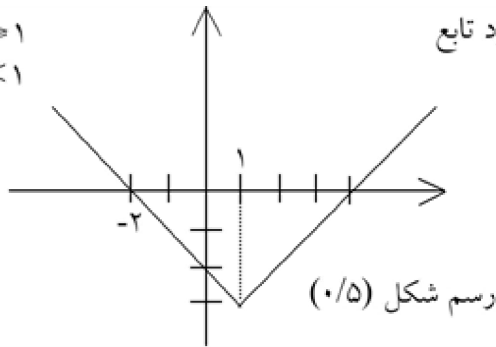


$(0/5)$

۹ تابع $y = |1 - x| - 3$ را به صورت یک تابع چند ضابطه‌ای بنویسید و نمودار آن را رسم کنید. به کمک نمودار برد آن را معلوم کنید.

$$y = \begin{cases} x-4 & x \geq 1 \\ -x-2 & x < 1 \end{cases} \quad (0/5)$$

برد تابع: $[-3, +\infty)$ (0/25)



۱ پاسخ:

۱۰ اگر توابع f و g به صورت زیر باشد، مجموعه برد تابع $\frac{f}{f \times g}$ کدام است؟

$$f = \{(1, -1), (\sqrt{2}, -2), (\sqrt{3}, -3), (2, 2), (\sqrt{5}, 1)\}$$

$$g = \{(3, -1), (\sqrt{2}, -1), (-3, 4), (\sqrt{5}, -3), (\sqrt{3}, 2)\}$$

۱ $\{2, -3, -1\}$
 ۲ $\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -1\}$
 ۳ $\{-3, 1, -2\}$
 ۴ $\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -1\}$

۲ پاسخ: گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فقط $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ در دامنه توابع f و g مشترکند، پس کافی است در این سه نقطه برد

$$x = \sqrt{2} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{2}) = \frac{-2}{(-2) \times (-1)} = -1$$

$\frac{f}{f \times g}$ را به دست آوریم:

$$x = \sqrt{3} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{3}) = \frac{-3}{(-3) \times (2)} = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{5} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{5}) = \frac{1}{1 \times (-3)} = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow R\left(\frac{f}{f \times g}\right) = \left\{-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$$

۱۱ اگر $f = \{(1, 2), (3, 5), (6, -1)\}$ و $g = \{(0, 4), (3, 10), (6, 0)\}$ باشد، برد تابع $\frac{2f}{g}$ کدام است؟

۱ $\{1\}$
 ۲ $\{1, 0\}$
 ۳ $\{\frac{1}{2}\}$
 ۴ $\{\frac{1}{2}, 0\}$

۱ پاسخ: گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا $D_f \cap D_g$ را به دست می‌آوریم.

$$D_f = \{1, 3, 6\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{3, 6\}$$

$$D_g = \{0, 3, 6\}$$

حال برای ورودی‌های ۳ و ۶ تابع $\frac{2f}{g}$ را تشکیل می‌دهیم.

$$\frac{2f}{g}(3) = \frac{2f(3)}{g(3)} = \frac{2(5)}{10} = 1 \Rightarrow \frac{2f}{g} = \{(3, 1)\}$$

$$\frac{2f}{g}(6) = \frac{2f(6)}{g(6)} = \frac{2(-1)}{0} = \text{تن}$$

پس برد آن $\{1\}$ می‌باشد.

۱۲ اگر $f = \{(0, 2), (1, -1), (-1, 3)\}$ و $g = \{(1, 3), (2, 4), (0, 3)\}$ باشند، برد تابع $f \times g$ کدام است؟

- ۱ $\{-3, 6\}$ ۲ $\{-3, 8\}$ ۳ $\{3, 6\}$ ۴ $\{3, 8\}$

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$D_f = \{0, 1, -1\} \Rightarrow D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \{0, 1\} \Rightarrow f \times g = \{(0, 6), (1, -3)\}$$

$$D_g = \{1, 2, 0\}$$

بنابراین برد تابع $f \times g$ ، مجموعه‌ی $\{-3, 6\}$ است.

۱۳ اگر تابع $f = \{(1, 3), (4, 2), (5, 7), (2, 0)\}$ و $\frac{f}{g} = \left\{ (2, 0), \left(5, \frac{1}{3}\right) \right\}$ باشد، تابع g کدامیک از موارد زیر می‌تواند باشد؟

- ۱ $g = \{(2, 0), (1, 1), (4, 2)\}$ ۲ $g = \{(2, 1), (5, 3), (8, 2)\}$
 ۳ $g = \{(1, 3), (4, 2), (5, 21), (2, 1)\}$ ۴ $g = \{(1, 0), (7, 5), (5, 21), (2, 17)\}$

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در گزینه‌ی (۴) دامنه‌ی مشترک اعداد ۵، ۲ و ۱ هستند که عدد ۱ را حذف می‌کنیم.

(مقدار g نباید صفر باشد.) بنابراین این گزینه می‌تواند صحیح باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) g باید عدد ۵ را در دامنه داشته باشد.

۲) به ازای $x = 5$ مقدار $\frac{f}{g}$ باید $\frac{1}{3}$ شود.

۳) g نباید عدد ۴ را در دامنه داشته باشد.

۱۴ اگر $f(x) = |[5x]| - |[3x]|$ باشد، مقدار $f\left(\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

- ۱ -۱ ۲ صفر ۳ ۱ ۴ ۲

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

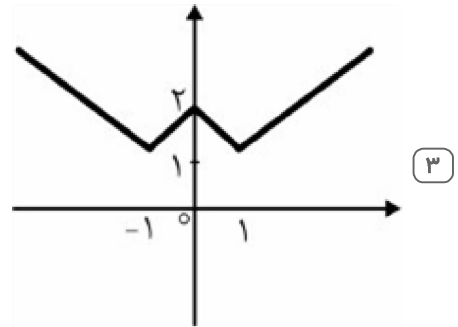
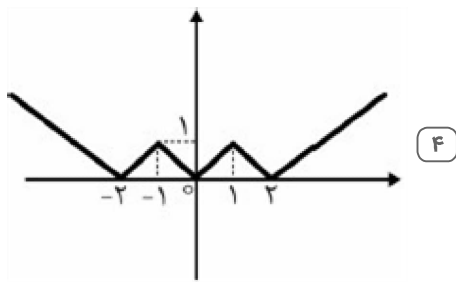
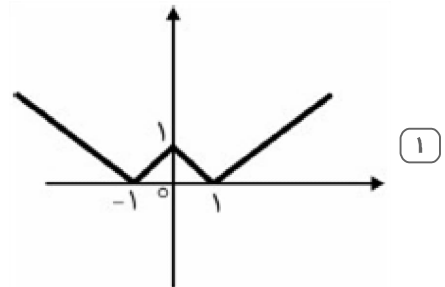
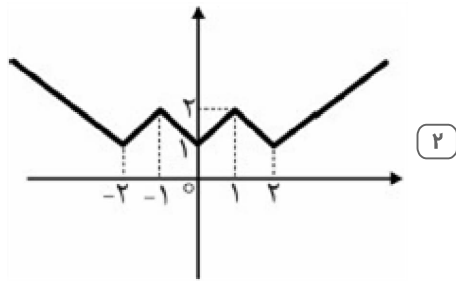
$$f(x) = |[5x]| - |[3x]| \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \left| \left[5 \times \frac{1}{2} \right] \right| - \left| \left[3 \times \frac{1}{2} \right] \right| = \left| \left[\frac{5}{2} \right] \right| - \left| \left[\frac{3}{2} \right] \right| = 2 - 1 = 1$$

۱۵ با فرض آنکه $f(x) = \begin{cases} |x-1| & x < 0 \\ 3 & 2 \leq x \leq 5 \\ \sqrt{x+1} & x > 7 \end{cases}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{f(5) - 3f(-1)}{(f(8))^2}$ کدام است؟

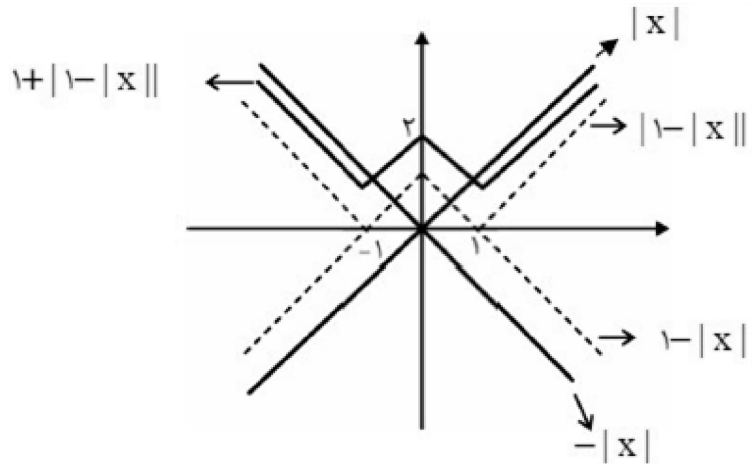
- ۱ -۴ ۲ $\frac{1}{3}$ ۳ ۴ ۴ $\frac{-1}{3}$

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{ضابطه وسط } f(5) = 3 \\ \text{ضابطه بالا } f(-1) = |-1-1| = 2 \\ \text{ضابطه پایین } f(8) = \sqrt{8+1} = \sqrt{9} = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3 - 3(2)}{3^2} = \frac{3 - 6}{9} = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$$



پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۱

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) + f(-1) = 5 + (-1)^2 = 6$$

$$f(-\sqrt{2}) + f(\sqrt{3}) = -\sqrt{2} + (\sqrt{3})^2 = -\sqrt{2} + 3$$

$$f(\sqrt{2}) + f(5) = (\sqrt{2})^2 + 5 = 2 + 5 = 7$$

$$t = 3$$

$$f = \{(-1, n^2 - 2n), (m - 4, 3), (m + n, t)\} \Rightarrow n^2 - 2n = 3 \Rightarrow n^2 - 2n - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (n - 3)(n + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \text{ ق ق} \\ n = -1 \text{ غ ق چون } n \text{ متعلق به اعداد طبیعی است} \end{cases}$$

$$f = \{(-1, 3), (m - 4, 3), (m + 3, 3)\}$$

$$\text{چون دامنه دوعضوی است پس دو زوج مرتب با هم برابرند} \Rightarrow \begin{cases} m + 3 = -1 \Rightarrow m = -4 \text{ ق ق} \\ m - 4 = -1 \Rightarrow m = 3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m + t = 3 + 3 = 6$$

۲

$$y = x \Rightarrow \text{چون نیمساز اول و سوم مولفه‌های اول و دوم برابرند.}$$

$$\text{الف) } (2, n^2 - 3n + 4) \Rightarrow n^2 - 3n + 4 = 2 \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow (n - 2)(n - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n - 2 = 0 \Rightarrow n = 2 \\ n - 1 = 0 \Rightarrow n = 1 \end{cases}$$

$$\text{ب) } (-1, n^2 - 4n + 2) \Rightarrow n^2 - 4n + 2 = -1 \Rightarrow n^2 - 4n + 3 = 0 \Rightarrow (n - 3)(n - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n - 3 = 0 \Rightarrow n = 3 \\ n - 1 = 0 \Rightarrow n = 1 \end{cases}$$

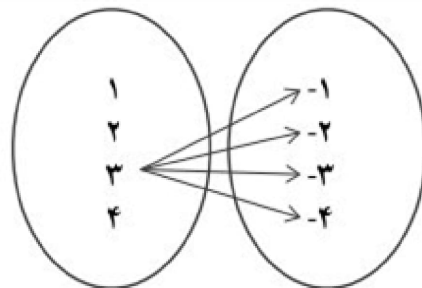
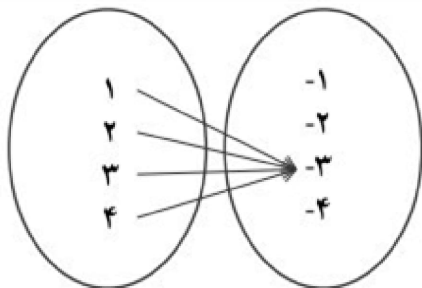
$$a = 1 \quad b = 2 \quad c = 5$$

$$\text{میانگین} = \frac{1 + 2 + 5}{3} = \frac{8}{3}$$

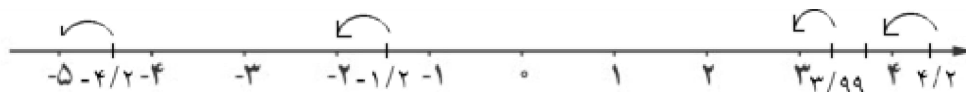
۳

۴

تابع ثابت است



۵



$$[-4/2] = -2$$

$$[-1/2] = -1$$

$$[3/99] = 0$$

$$[-1/2] = -1$$

$$[-2] = -2$$

$$[\pi] = 3$$

$$2 \text{ (0/25)}$$

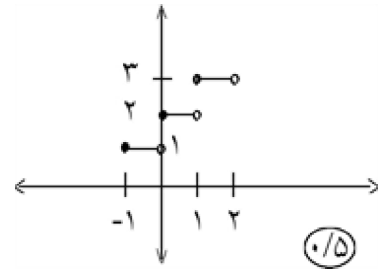
۶

۷

$$-1 \leq x \leq 0 \Rightarrow y = 1 \quad (0/25)$$

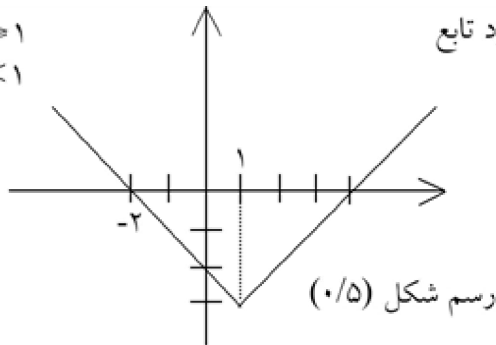
$$0 \leq x \leq 1 \Rightarrow y = 2 \quad (0/25)$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow y = 3 \quad (0/25)$$



(0/5)

$$y = \begin{cases} x-2 & x \geq 1 \\ -x-2 & x < 1 \end{cases} \quad (0/5)$$



رسم شکل (0/5)

برد تابع: $[-3, +\infty)$ (0/25)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فقط $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ در دامنه توابع f و g مشترکند، پس کافی است در این سه نقطه برد

$$x = \sqrt{2} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{2}) = \frac{-2}{(-2) \times (-1)} = -1$$

را به دست آوریم:

$$x = \sqrt{3} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{3}) = \frac{-3}{(-3) \times (2)} = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{5} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{5}) = \frac{1}{1 \times (-3)} = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow R\left(\frac{f}{f \times g}\right) = \left\{-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا $D_f \cap D_g$ را به دست می‌آوریم.

$$D_f = \{1, 3, 6\} \\ D_g = \{0, 3, 6\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{3, 6\}$$

حال برای ورودی‌های ۳ و ۶ تابع $\frac{2f}{g}$ را تشکیل می‌دهیم.

$$\frac{2f}{g}(3) = \frac{2f(3)}{g(3)} = \frac{2(5)}{1} = 1 \Rightarrow \frac{2f}{g} = \{(3, 1)\} \\ \frac{2f}{g}(6) = \frac{2f(6)}{g(6)} = \frac{2(-1)}{1} = -2$$

پس برد آن $\{1\}$ می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$D_f = \{0, 1, -1\} \\ D_g = \{1, 2, 0\} \Rightarrow D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \{0, 1\} \Rightarrow f \times g = \{(0, 6), (1, -3)\}$$

بنابراین برد تابع $f \times g$ ، مجموعه‌ی $\{-3, 6\}$ است.

۱۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در گزینه‌ی (۴) دامنه‌ی مشترک اعداد ۵، ۲ و ۱ هستند که عدد ۱ را حذف می‌کنیم. (مقدار g

نباید صفر باشد). بنابراین این گزینه می‌تواند صحیح باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) g باید عدد ۵ را در دامنه داشته باشد.

(۲) به ازای $x = 5$ مقدار $\frac{f}{g}$ باید $\frac{1}{3}$ شود.

(۳) g نباید عدد ۴ را در دامنه داشته باشد.

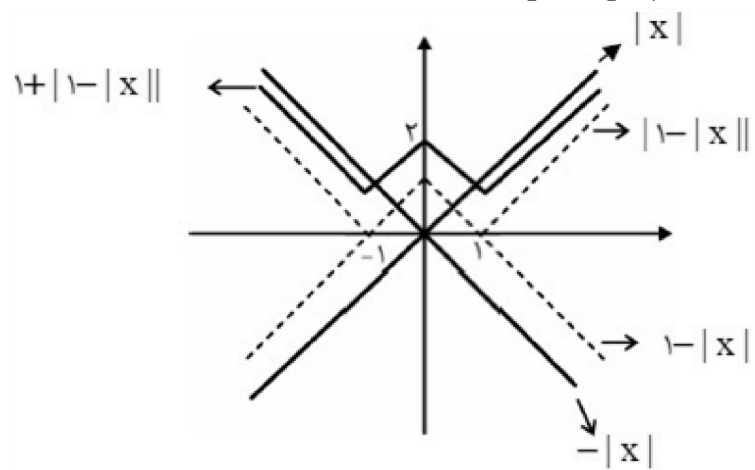
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$f(x) = |[5x]| - |[3x]| \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \left| \left[5 \times \frac{1}{2} \right] \right| - \left| \left[3 \times \frac{1}{2} \right] \right| = \left| \left[\frac{5}{2} \right] \right| - \left| \left[\frac{3}{2} \right] \right| = 2 - 1 = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\left. \begin{array}{l} f(5) = 3 \text{ ضابطه وسط} \\ f(-1) = |-1 - 1| = 2 \text{ ضابطه بالا} \\ f(8) = \sqrt{8+1} = \sqrt{9} = 3 \text{ ضابطه پایین} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3 - 3(2)}{3^2} = \frac{3 - 6}{9} = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶



پاسخنامه کلیدی

۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

